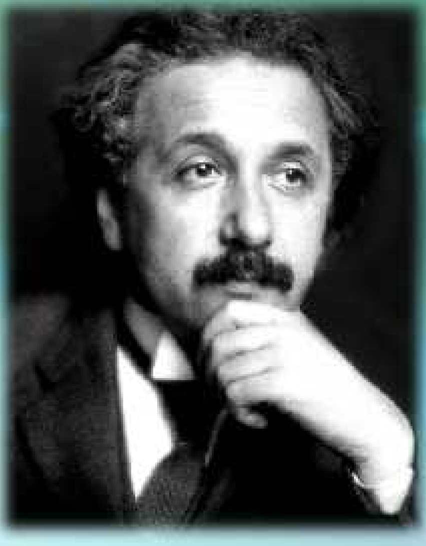
Relatividad especial: la unificación del espacio y el tiempo

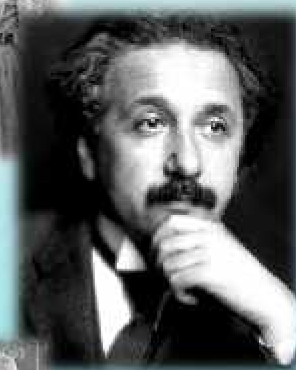


Raúl Núñez

28 de mayo de 2018

Contenido



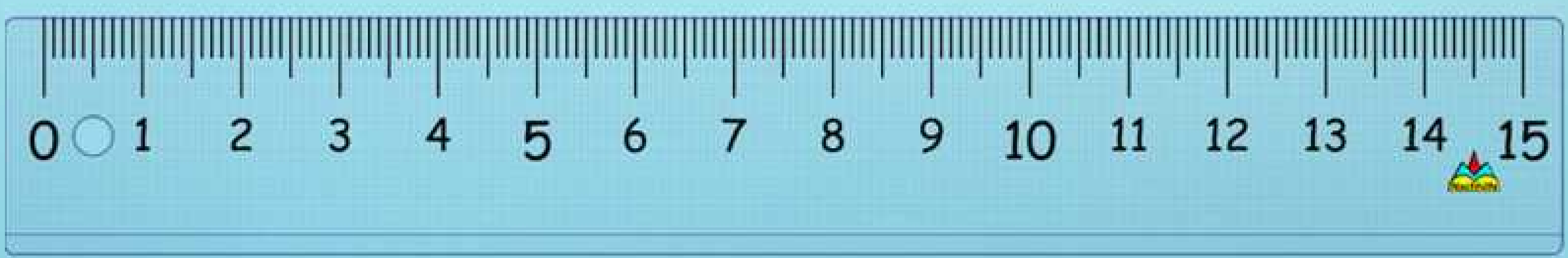


- Relatividad de Galileo
- Teorema de Noether
- Relatividad de Einstein
- Transformadas de Lorentz
- Espacio-tiempo de Minkowski
- Invariantes relativistas
- Conclusión

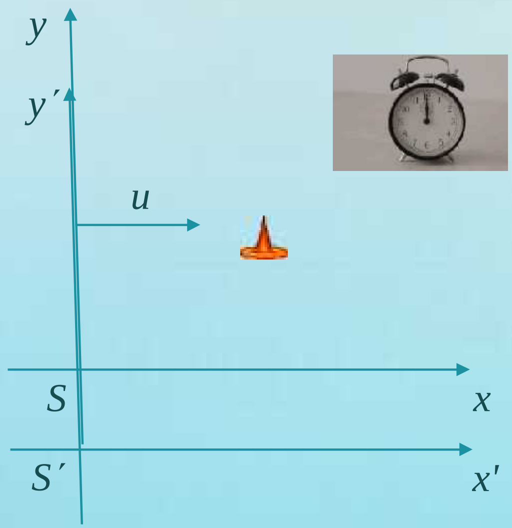
Definiciones

- Tiempo: lo que miden los relojes

- Longitud (espacio): lo mide las reglas



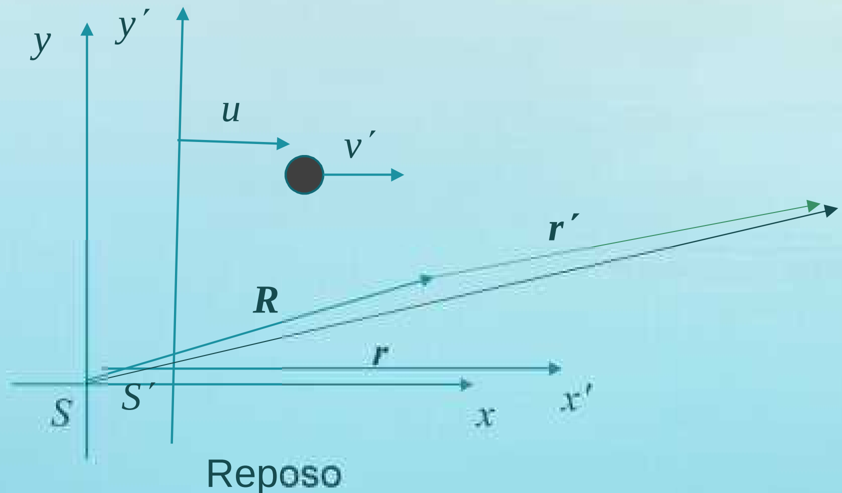
Sistema de referencia



¿Cómo transformo las coordenadas de un sistema a otro?

Relatividad de Galileo

- Sistemas de referencia inercial

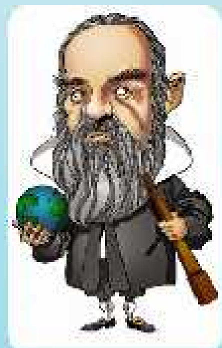


$$t = t'$$

$$\vec{F} = \overrightarrow{F'}$$

$$\vec{r} = \vec{R} + \overrightarrow{r'} \qquad \vec{v} = \vec{u} + \overrightarrow{v'} \qquad \vec{a} = \overrightarrow{a'} \qquad m\vec{a} = m\overrightarrow{a'}$$

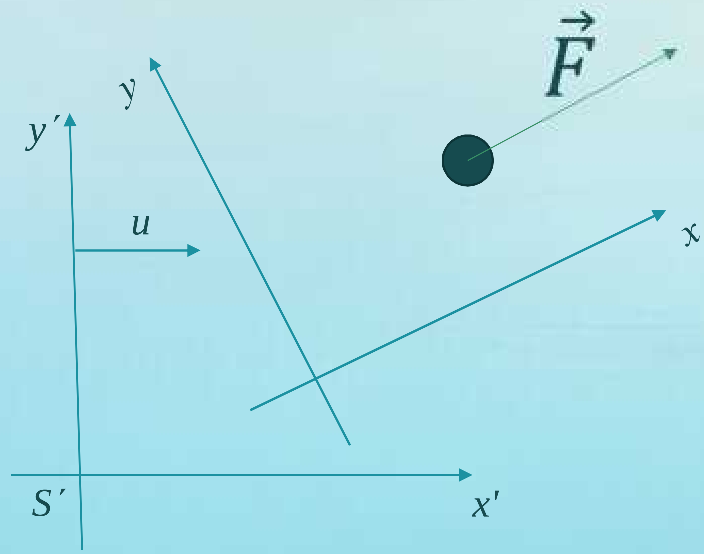
Relatividad de Galileo



Las leyes de la mecánica tienen la misma forma en todos los sistemas de referencia inercial

$$\vec{F} = \overrightarrow{F'}$$

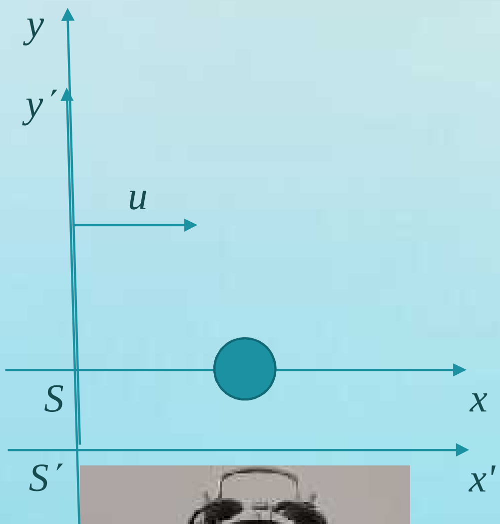
Sistemas de referencia (operaciones)



Fuerza Invariante ante translaciones y rotaciones

Simetría: traslaciones y rotaciones

Traslaciones (tipos)

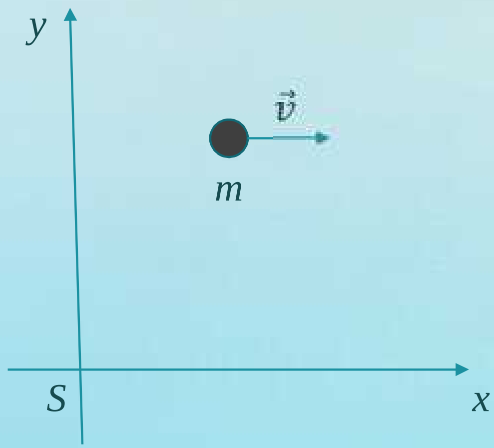


temporal

espacial

Partícula libre

Partícula que no interactúa

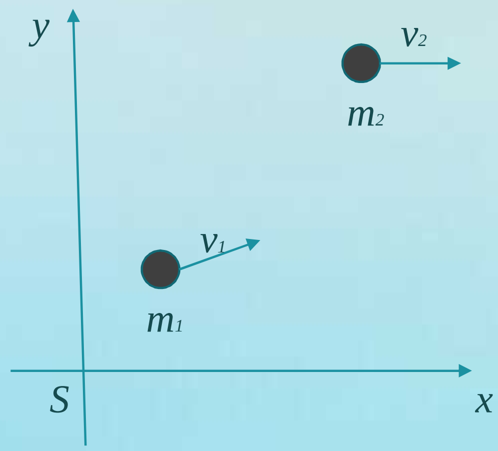


$$\vec{p} = m\vec{v} \text{ vectorial}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \text{ escalar}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Partículas que interactúan

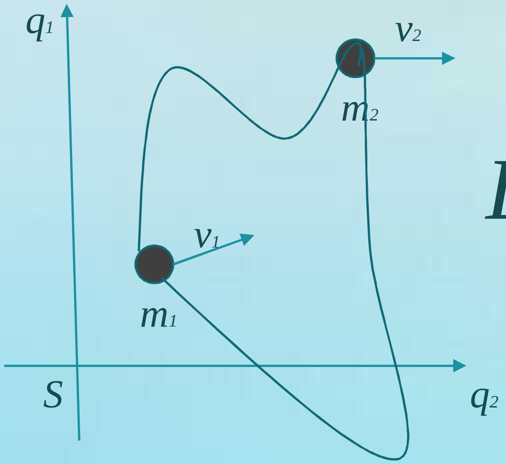


$V(x,y,z)$ Energía potencial

Energía sistema

$E = K + V$

Lagrangiano (descripción de energía)



$$L = K - V$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

acción

Teorema de Noether

Si el langrangiano de un sistema es invariante bajo una simetría continua, entonces existe una ley de conservación asociada.

Espacio isótropo

Espacio homogéneo

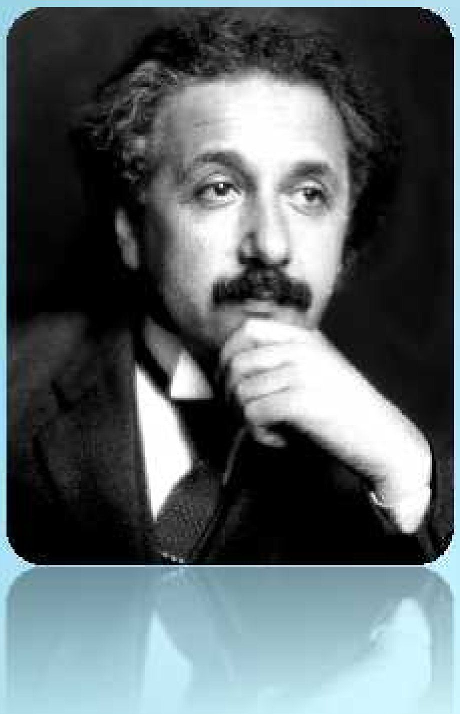
$\vec{L}$

tiempo homogéneo

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Energía

Relatividad especial



Las leyes de la física toman la misma forma en todos los sistemas de referencia inercial

La velocidad de la luz es la misma para todos los sistema de referencia inercial

Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{E} - \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

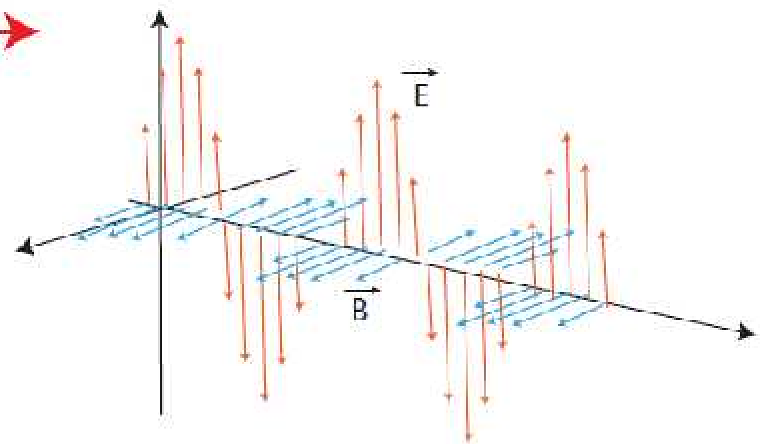
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Implican

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$



Transformaciones de Galileo

$$\boxed{x = x' + ut; \qquad t = t'}$$

Transformaciones de Lorentz

$$\boxed{x = \frac{x' + ut}{\sqrt{1 - \left(\frac{u^2}{c^2}\right)}}; \qquad t = \frac{t' + \left(\frac{u}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(\frac{u^2}{c^2}\right)}}}$$

Transformaciones de Lorentz

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

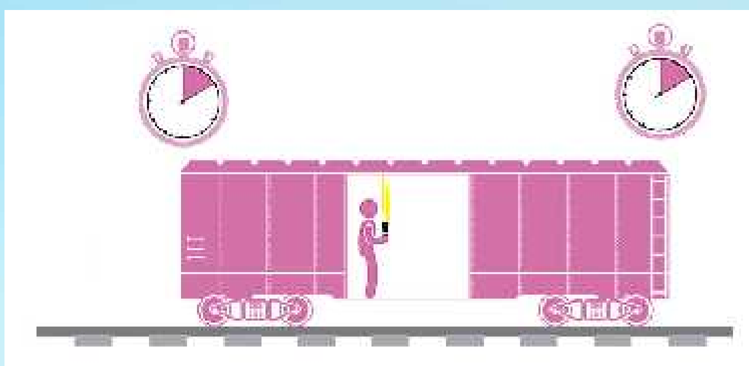
$$\beta = \frac{v}{c} \quad ; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$ct' = \gamma\left(ct - \beta x\right)$$
$$x' = \gamma\left(x - \beta ct\right)$$

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \cancel{\frac{v\Delta x}{c^2}}\right) \qquad \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\Delta x'}{c^2}\right) \qquad \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\cancel{\Delta t'})$$



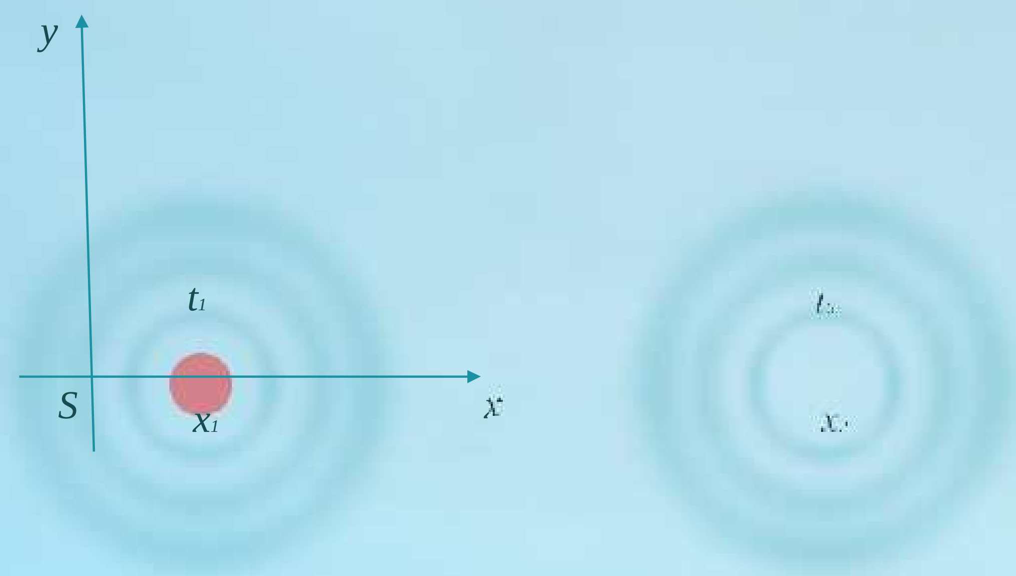
$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

Tiempo propio

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

Invariante: Todos los sistemas están de acuerdo

Transformaciones de Lorentz

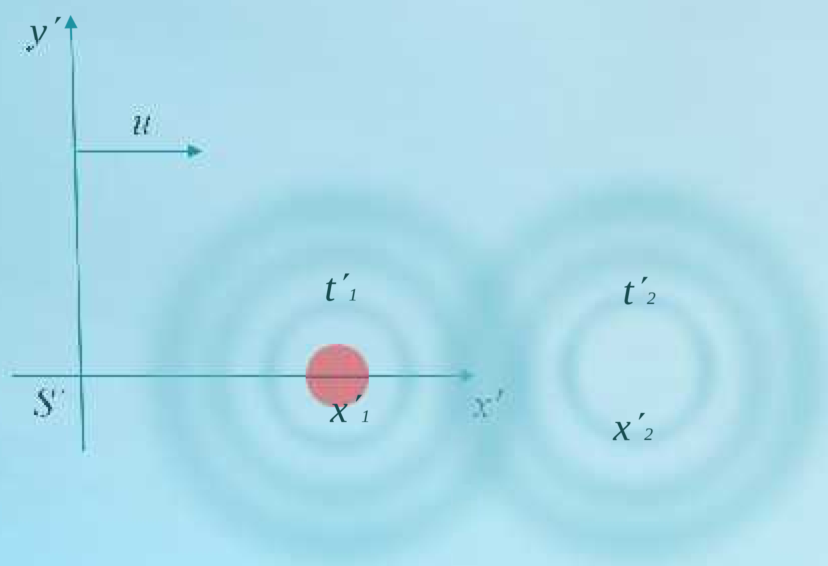


Crea partícula

Destruye partícula

$$\Delta x \qquad \Delta t$$

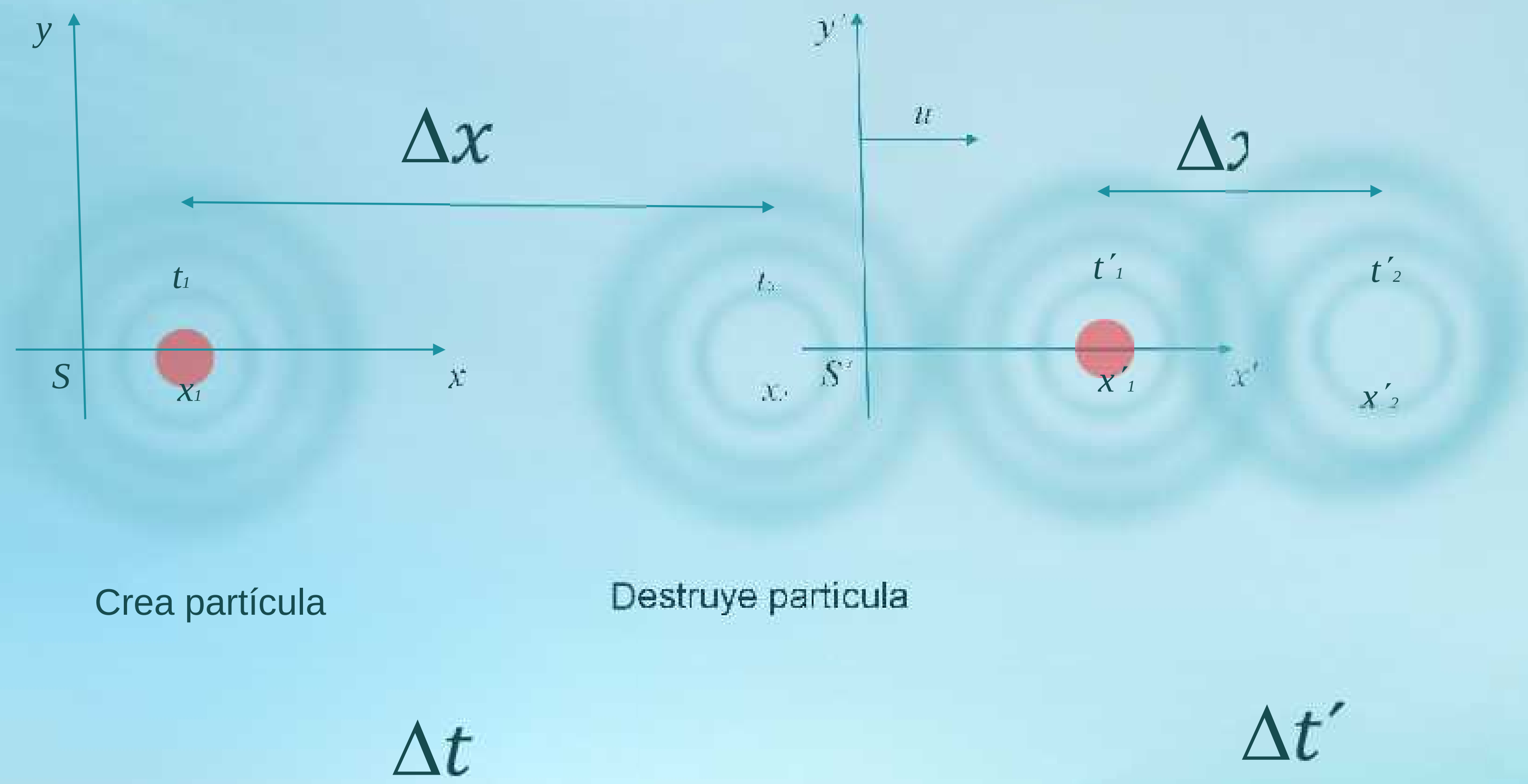
Transformaciones de Lorentz



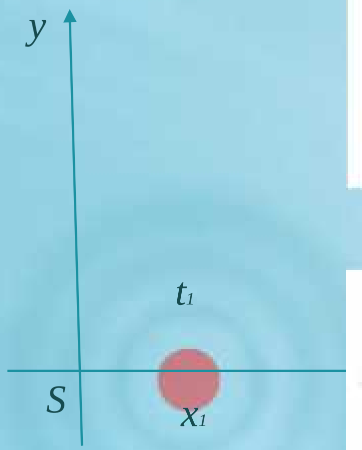
Crea partícula

Destruye partícula

Δx $\Delta t'$



y
Δx
y′
u
Δx′
t1
t2
t′1
t′2
S
x1
x
x2
S′
x′1
x′
x′2
Crea partícula
Destruye particula
Δt
Δt′



$$t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}9978^2 \cdot c^2}{c^2}}} \cdot 2\mu s = 30{,}17\mu s$$

$$e = v \cdot t = 0{,}9978 \cdot c \cdot 30{,}17\mu s = 9030m \simeq 9000m$$

$$L = 9000m \cdot \sqrt{1 - \frac{0{,}9978^2 \cdot c^2}{c^2}} = 596{,}66m \simeq 600m$$

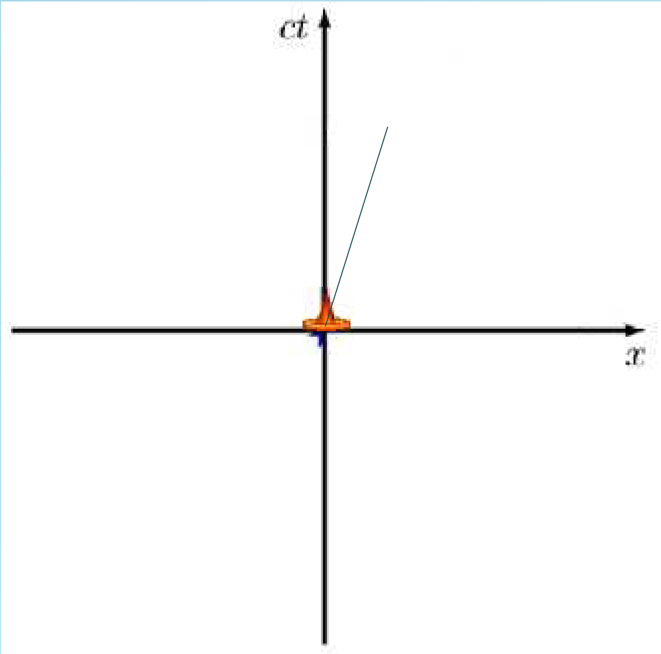
$$t = \frac{e}{v} = \frac{600m}{0{,}9978 \cdot c} = 2 \cdot 10^{-6}s = 2\mu s$$

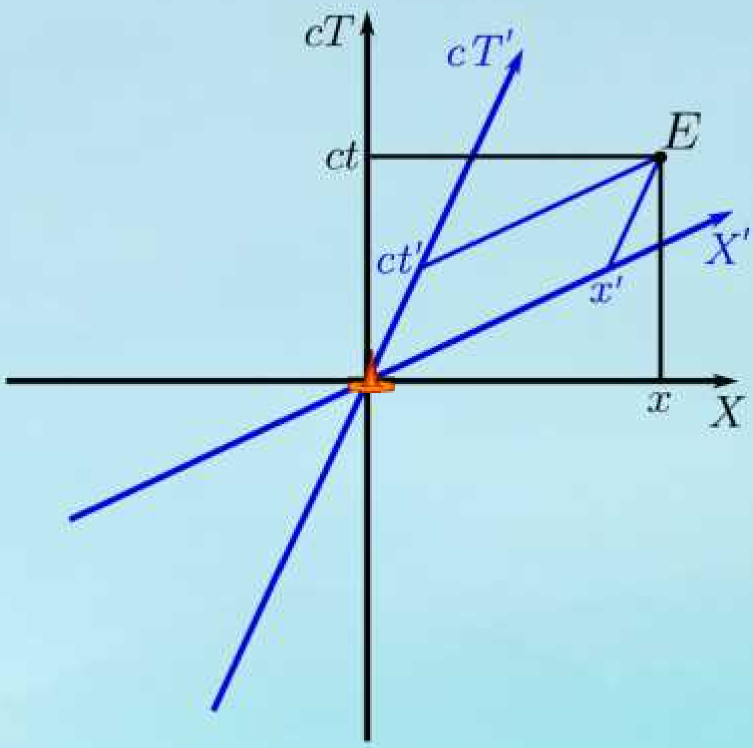
Crea partícula

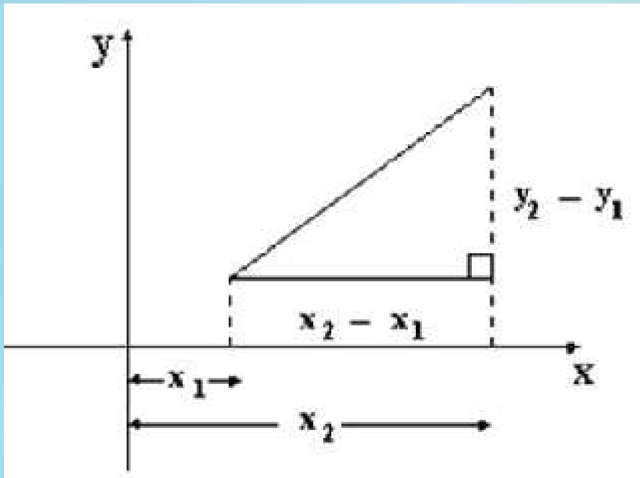
Destruye partícula

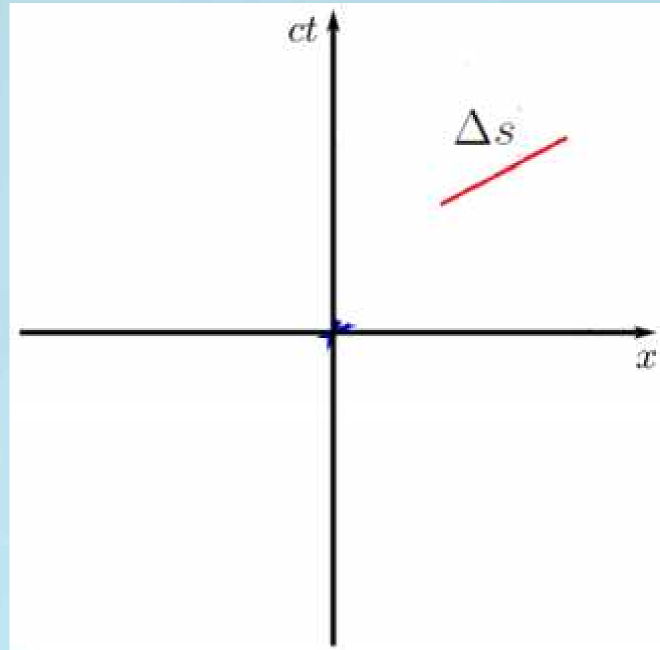
$$\Delta t' = \gamma \Delta t \qquad \Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

Espacio-tiempo de Minkowski









$$(\Delta s)^2 - (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

$$(\Delta s)^2 = -(c\Delta t)^2 + (\Delta x)^2$$

$$= -(c\Delta t')^2 + (\Delta x')^2$$

Espacio-tiempo de Minkowski es plano

Invariantes relativistas

$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 = \text{IGUAL PARA TODO OBSERVADOR}$$

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\gamma} = \text{IGUAL PARA TODO OBSERVADOR}$$

$$m = \text{IGUAL PARA TODO OBSERVADOR}$$

con $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$

$$m^2 \frac{-c^2(\Delta t)^2+(\Delta x)^2}{(\Delta \tau)^2} = \text{IGUAL PARA TODO OBSERVADOR}$$

Resulta que da:

$$m^2 \frac{-c^2(\Delta t)^2+(\Delta x)^2}{(\Delta \tau)^2} = -m^2c^2$$

Desarrollando un poco:

$$-c^2(m\gamma)^2 + (m\gamma u)^2 = -m^2c^2$$

$$E \equiv m\gamma c^2$$

$$-c^2\left(\frac{E}{c^2}\right)^2 + (p)^2 = -m^2c^2$$

cuadrimomento

$$-c^2\left(\frac{E}{c^2}\right)^2 + (p)^2 = -m^2c^2$$

invariante

temporal

espacial

$$(\Delta s)^2 = -(c\Delta t)^2 + (\Delta x)^2$$

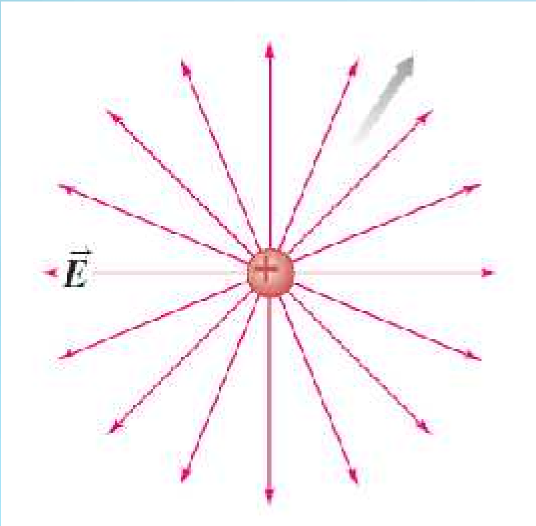
$$-c^2\left(\frac{E}{c^2}\right)^2 + (p)^2 = -m^2c^2$$

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$

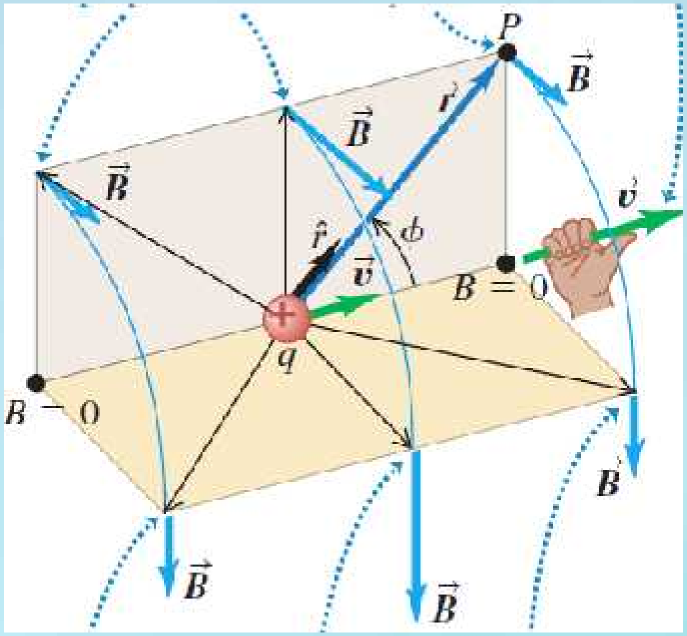
Si el objeto está en reposo $u = 0 \Rightarrow p = 0$

$$E = mc^2$$

Carga eléctrica



Traslación temporal



Traslación espacial

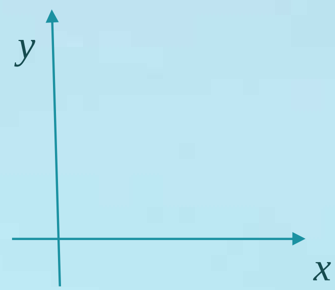
Campo electromagnético

$$\mathbf{F} = F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{E_x}{c} & -\frac{E_y}{c} & -\frac{E_z}{c} \\ \frac{E_x}{c} & 0 & -B_z & B_y \\ \frac{E_y}{c} & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{E_z}{c} & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad \text{o bien} \quad \mathbf{F} = F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E_x}{c} & \frac{E_y}{c} & \frac{E_z}{c} \\ -\frac{E_x}{c} & 0 & -B_z & B_y \\ -\frac{E_y}{c} & B_z & 0 & -B_x \\ -\frac{E_z}{c} & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Conclusión

Teoría relativista

temporal + espacial



Unificación

¡Gracias!