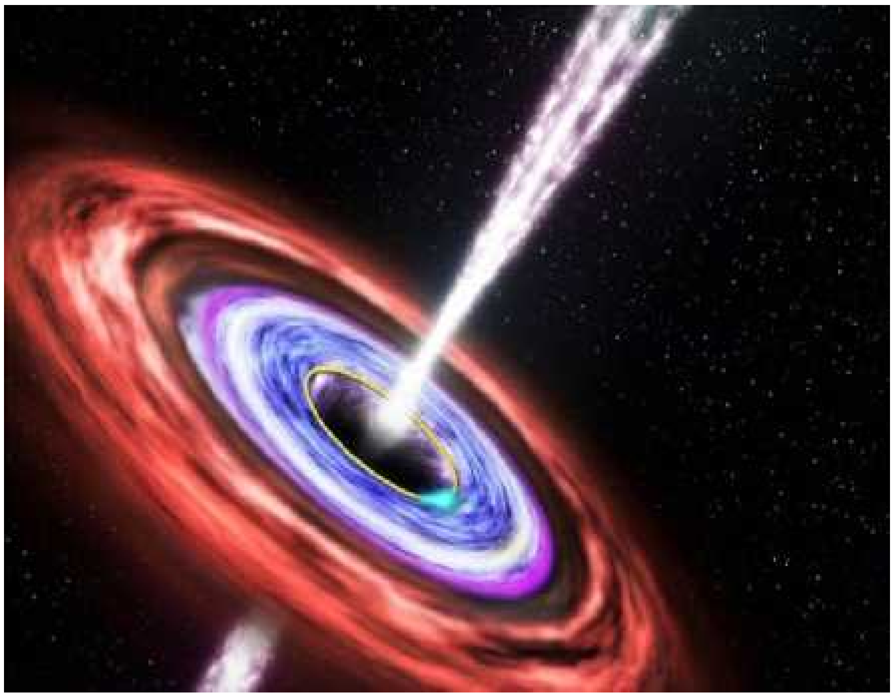
COLAPSO GRAVITACIONAL EN KANTOWSKI-SACHS

B. Terezón

brisa.terezon@udb.edu.sv

¿Colapso Gravitacional?



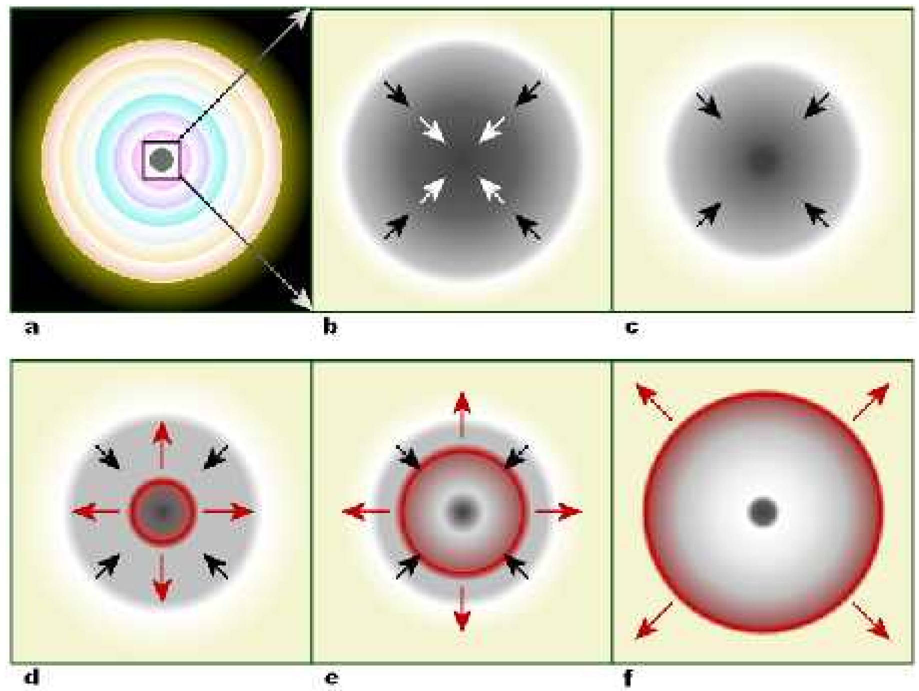


Ilustración: https://www.proceso.hn

Ilustración: R.J. Hall

- El espacio-tiempo es el modelo matemático que combina el espacio y el tiempo en un único continuo como dos conceptos inseparablemente relacionados. En este continuo espacio-temporal se representan todos los sucesos físicos del Universo, de acuerdo con la teoría de la relatividad y otras teorías físicas. La expresión espacio-tiempo ha devenido de uso corriente a partir de la teoría de la relatividad especial formulada por Einstein en 1905, siendo esta concepción del espacio y el tiempo uno de los avances más importantes del siglo XX en el campo de la física.
- De acuerdo a las teorías de la relatividad de Einstein, el tiempo no puede estar separado de las tres dimensiones espaciales, sino que al igual que ellas, este depende del estado de movimiento del observador. En esencia, dos observadores medirán tiempos diferentes para el intervalo entre dos sucesos, la diferencia entre los tiempos medidos depende de la velocidad relativa entre los observadores. Si además existe un campo gravitatorio también dependerá la diferencia de intensidades de dicho campo gravitatorio para los dos observadores. El trabajo de Minkowski probó la utilidad de considerar el tiempo como un ente matemático único y continuo, que se puede entender desde una perspectiva pseudoeuclidiana, la cual considera al Universo como un "espacio de cuatro dimensiones" formado por tres dimensiones espaciales físicas observables y por una "cuarta dimensión" temporal (más exactamente una variedad lorentziana de cuatro dimensiones). Un caso simple es el espacio-tiempo usado en relatividad especial, donde al combinar espacio y tiempo en un espacio tetradimensional, se obtiene el espacio-tiempo de Minkowski.
- Para ubicar un evento en el espacio-tiempo se requiere el uso de *métricas* o sistemas de coordenadas que se ajustan al modelo matemático dictado por la relatividad.

Métrica del espacio

Es una propiedad que permite medir distancia entre dos puntos. Un elemento de línea para el plano xy, en coordenadas cartesianas:

$$dl^2 = (dx)^2+(dy)^2$$

Si se trata de una geometría esférica:

$$dl^2 = R[(d\theta)^2 + (\sin\theta)^2 d\phi^2]$$

Métrica del espacio-tiempo de Minkowski

En cartesianas:

$$ds^2 = (cdt)^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

En coordenadas esféricas:

$$ds^2 = (cdt)^2 - dr^2 - r^2(d\theta + sin^2\theta d\phi)^2$$

ECUACIONES DE CAMPO DE EINSTEIN

Describen como debe ser la métrica del espacio-tiempo, de acuerdo a la distribución de masa.

$$G_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu},$$

Donde

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R,$$

$g_{\mu\nu}$:Tensor métrico

$R_{\mu\nu}$:Tensor de curvatura

R: Tensor de Ricci

$T_{\mu\nu}$:Tensor momento de energía-impulso

Métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 sin^2\theta d\phi^2$$

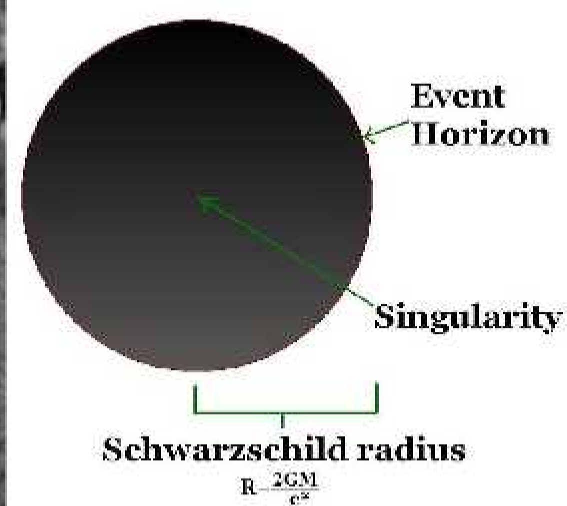
Con la que se obtiene:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 sin^2\theta d\phi^2$$

Solución de Schwarzschild para las ECE

Karl Schwarzschild, en 1916 presenta la única solución a las ecuaciones de campo de Einstein, para un cuerpo de masa M. Esta solución describe el espacio-tiempo en el vacío.

Schwarzschild, explicaba que si la masa M que genera el campo gravitacional, estaba confinado en un volumen de un radio menor que el RS, la gravedad en ese cuerpo sería tan intenso que ni la luz podría escapar de él.



METRICA DE FRIEDMAM-ROBERTSON-WALKER

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t)\left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta d\phi^2\right)$$

Donde k: Constante de curvatura que puede ser

K=+1, Universo cerrado

K= -1, Universo abierto

K= 0, Universo plano

METRICA DE FRIEDMAM-ROBERTSON-WALKER

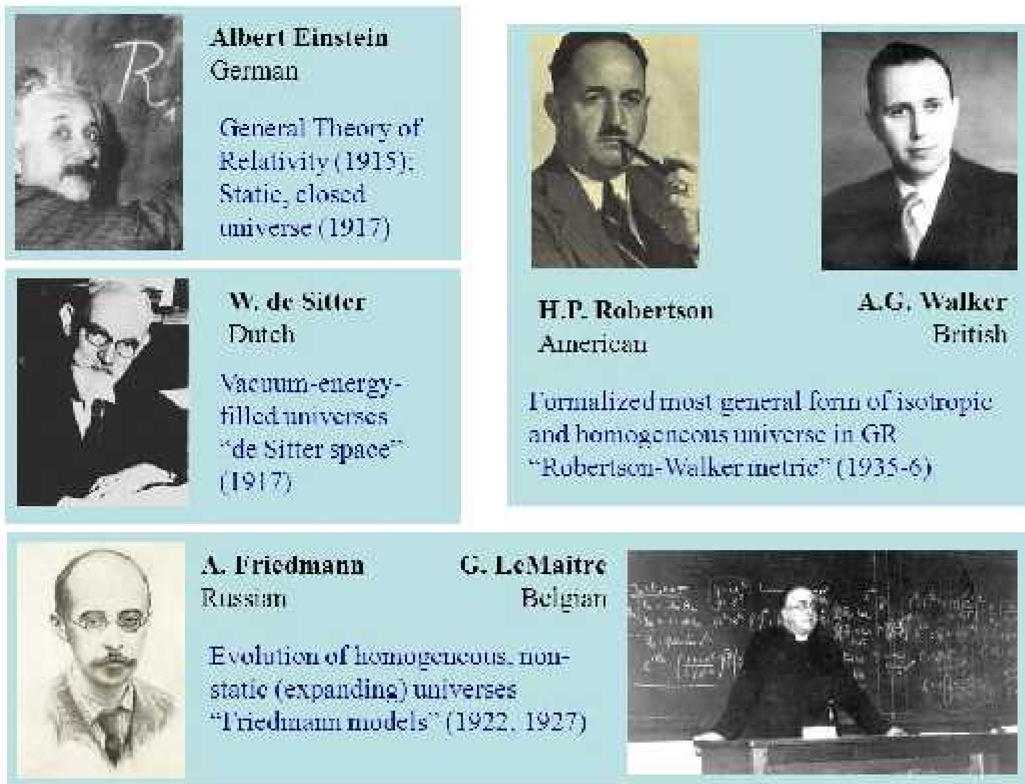
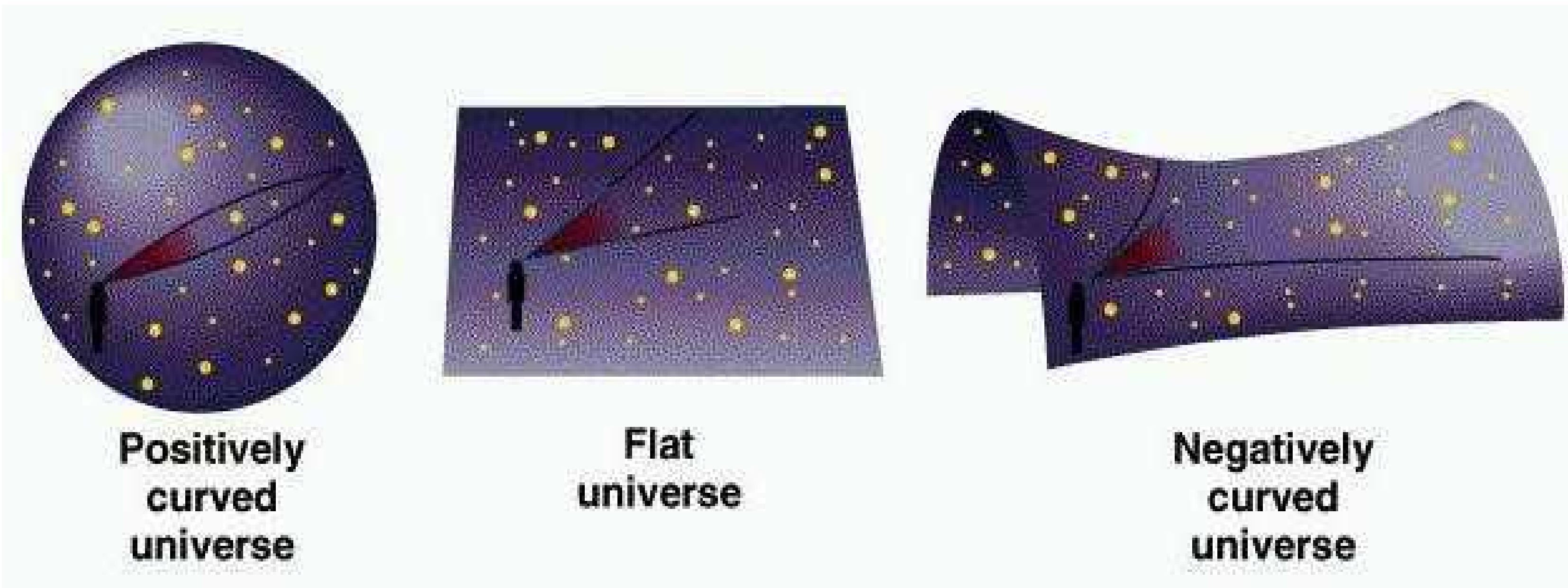


Ilustración: Paul Stankus

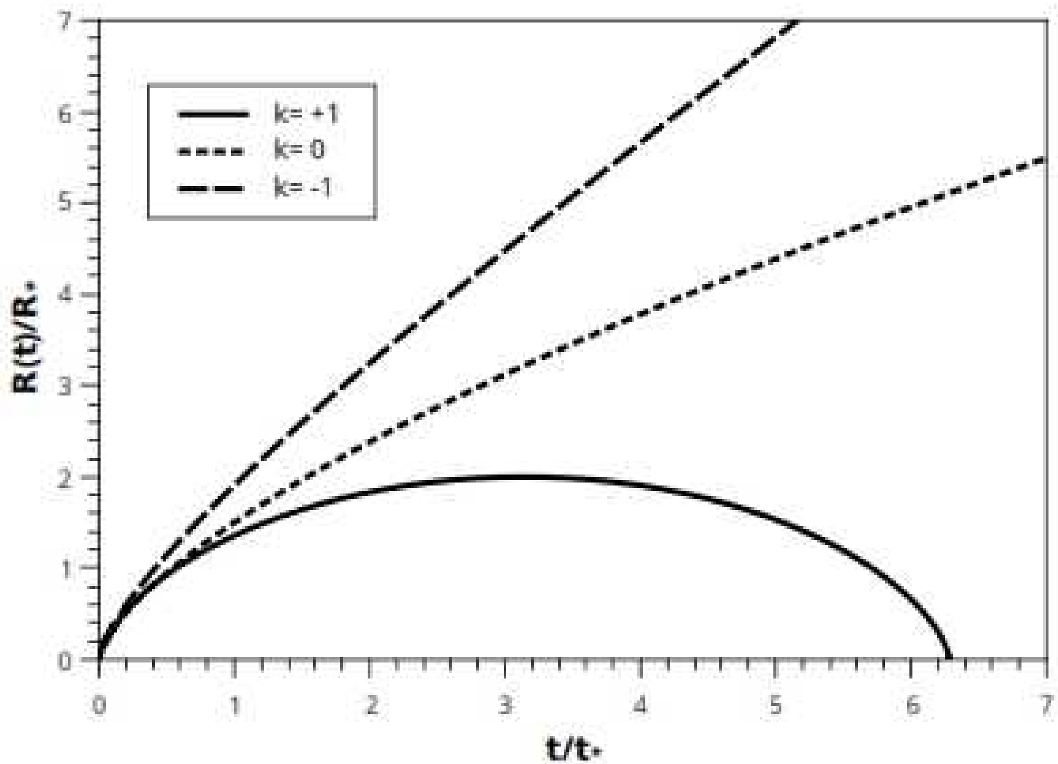
METRICA DE FRIEDMAM-ROBERTSON-WALKER



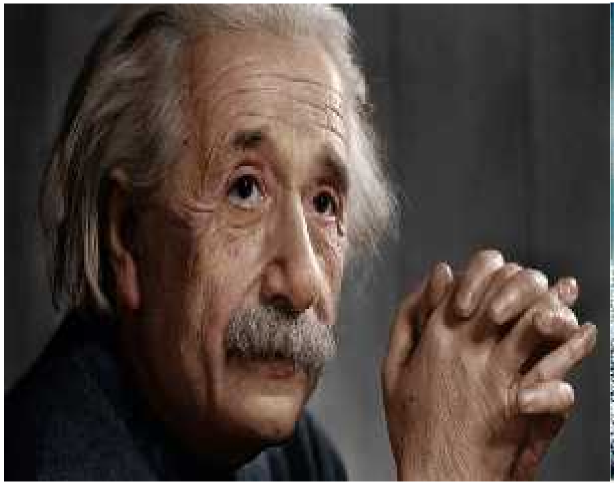
- Graficos de curvatura

Ilustración: http://luziselagm.blogspot.com/2015/06/el-lado-oscuro-del-universo.html

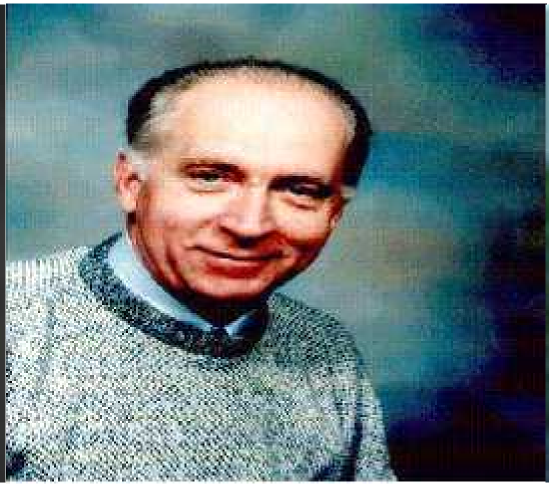
Comportamiento del tamaño del universo según la métrica de Friedman-Robertson-Walker



METRICA DE KANTOWSKI-SACHS



Albert Einstein



Ronald Kantowski, University of Oklahoma

Ray Sachs, University of California

METRICA DE KANTOWSKI-SACHS

$$ds^2 = -dt^2 + A^2(t)dx^2 + B^2(t)dy^2 + B^2(t)f^2(y)dz^2$$

Donde

A y B: son funciones del tiempo

f: es una función de y

Que junto a las ecuaciones de campo de Einstein, se encuentran soluciones para A y B, para curvatura +1, -1, 0

RESULTADOS PARA KS

[CASO K=0, A]

[CASO K=0, B]

[CASO K=+1, A]

[CASO K=+1, B]

[CASO K=-1, A]

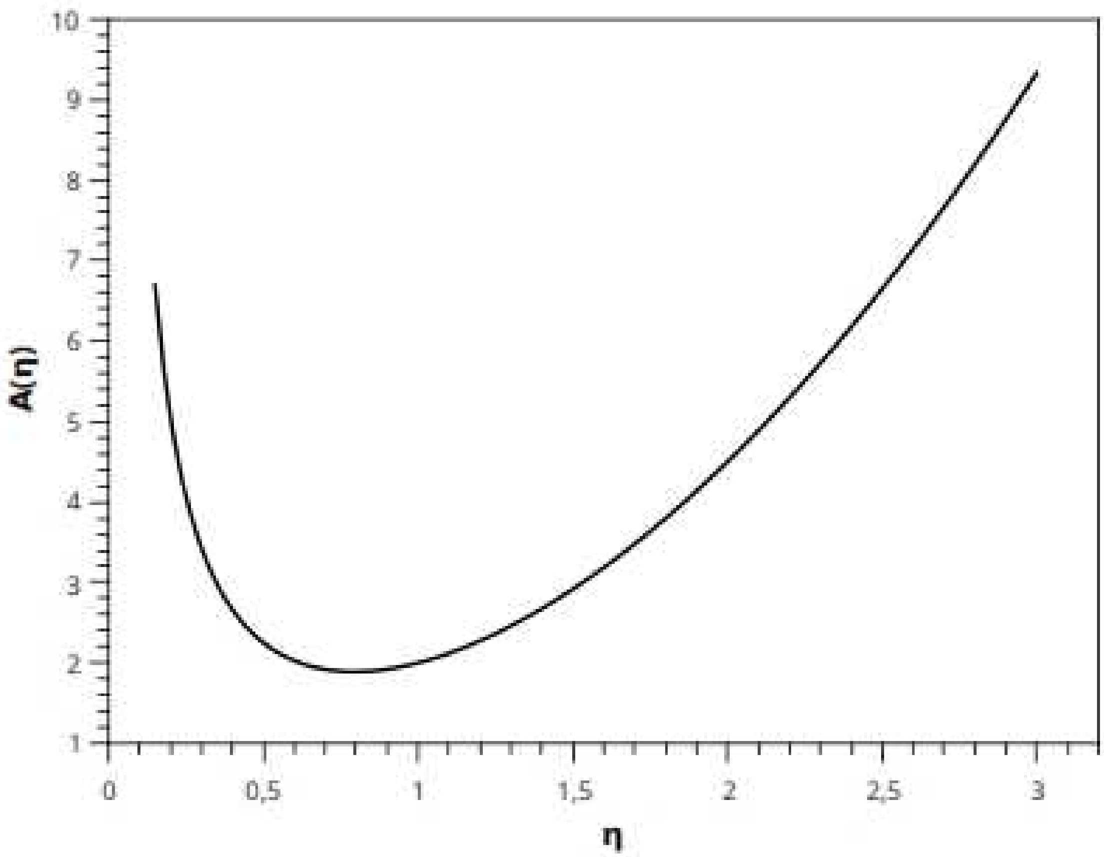
[CASO K=-1, B]

Para K= 0, B colapsa, sin embargo en A, se inicia el colapso y luego ocurre un “bouncing” que se podría interpretar como una tendencia a abortar repentinamente el colapso.

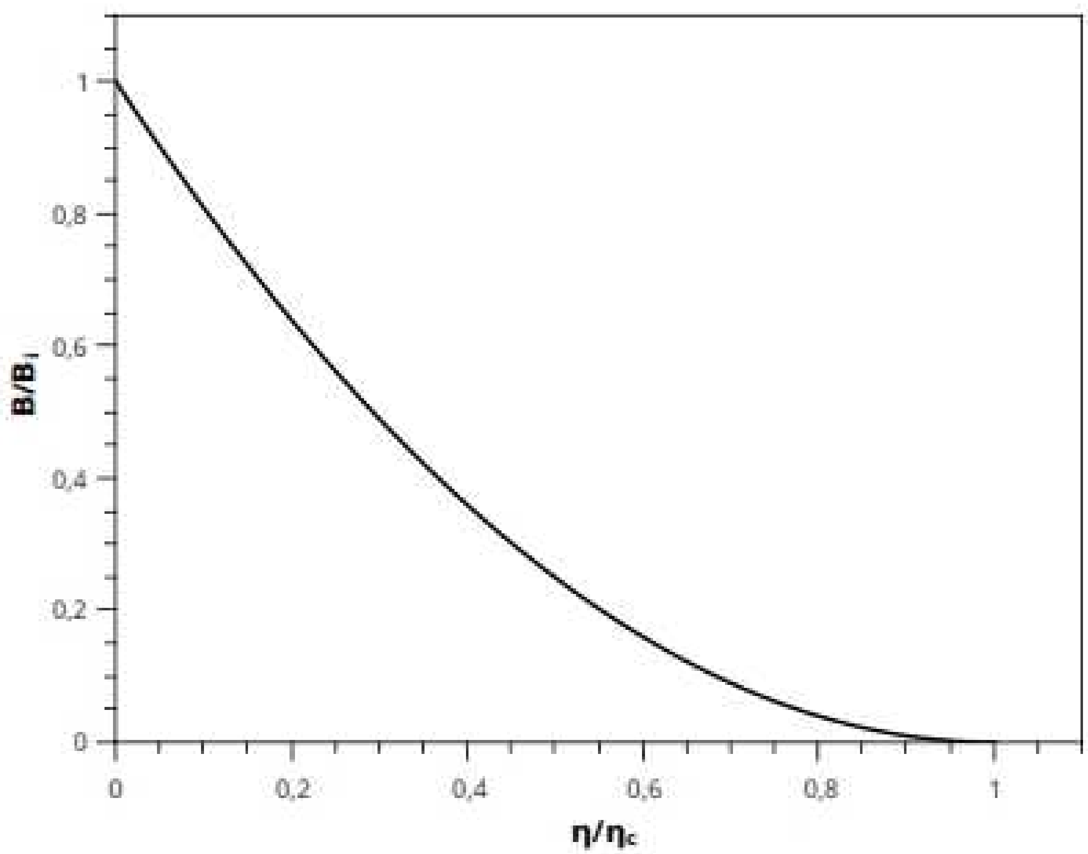
Para K=+1, B se comporta tal como lo hace en el modelo de Friedmann (Cerrado), mientras que A, tiene nuevamente un “bouncing”

Para K=-1, Caso abierto, B colapsa y A no lo hace. Aun falta obtener otros parámetros que indiquen la existencia de singularidades.
A continuación se muestran gráficas de las funciones A y B para cada uno de los casos anteriores.

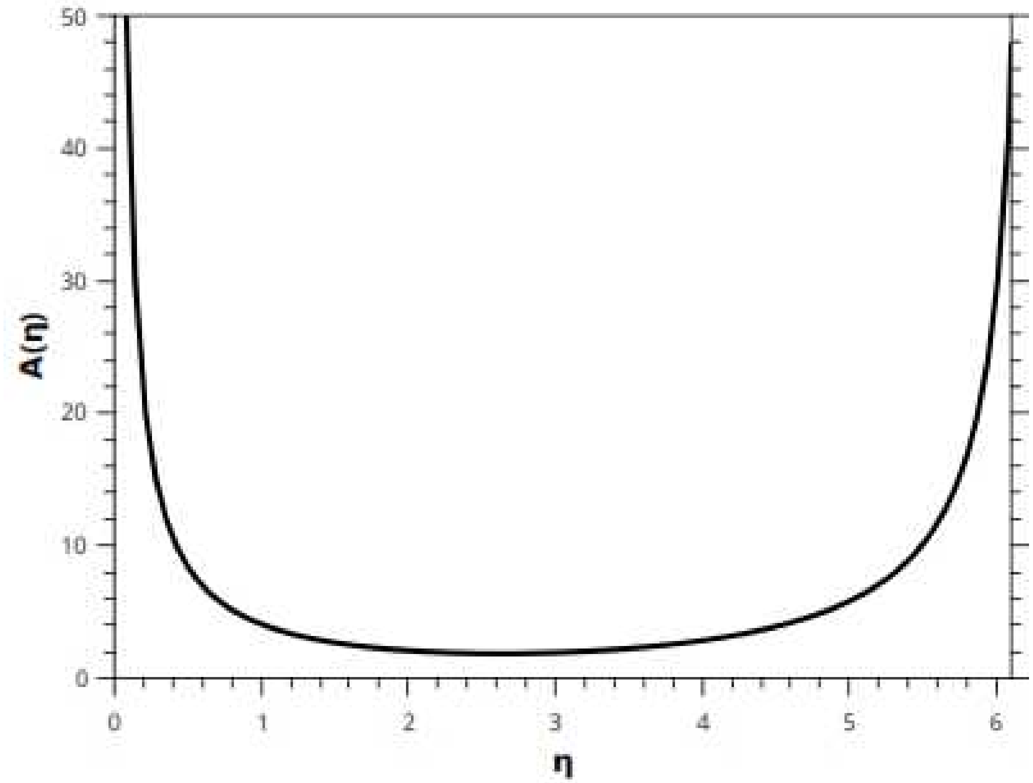
Función A, K = 0



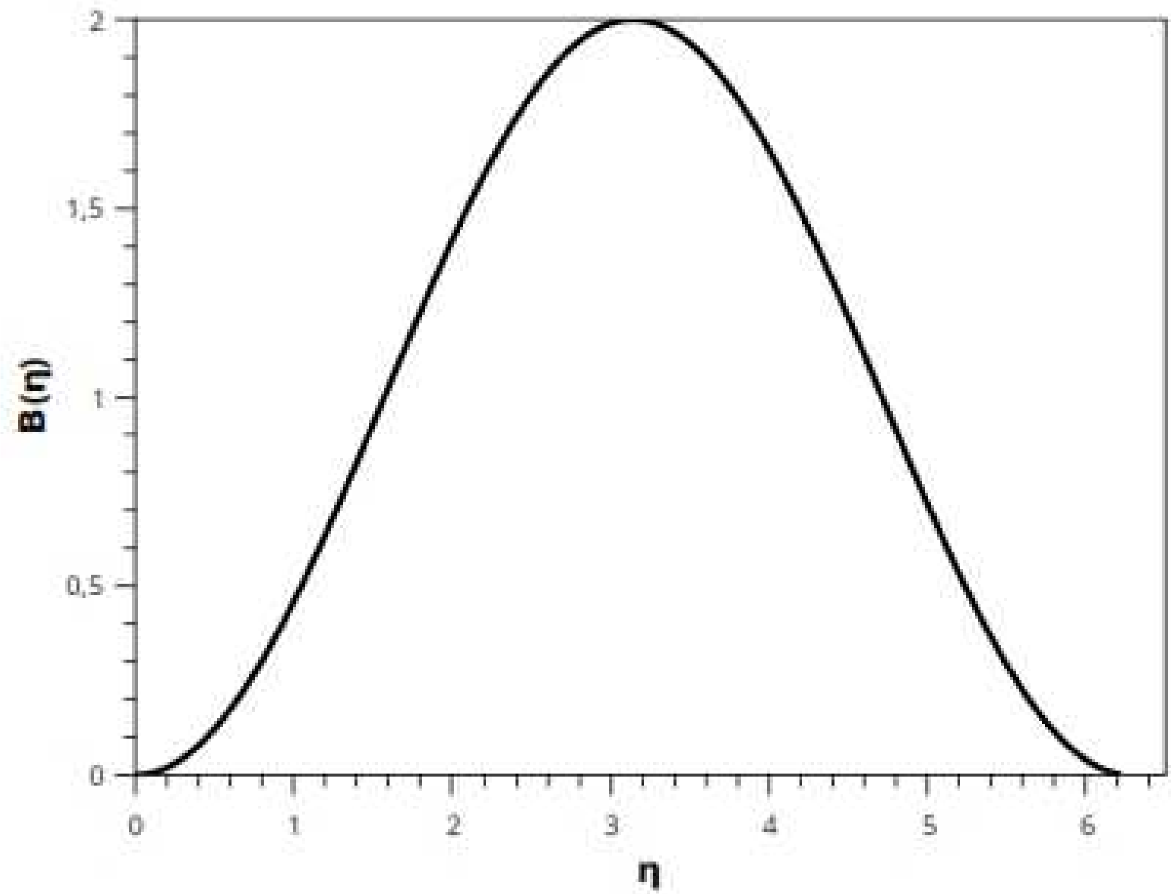
Función B, K = 0



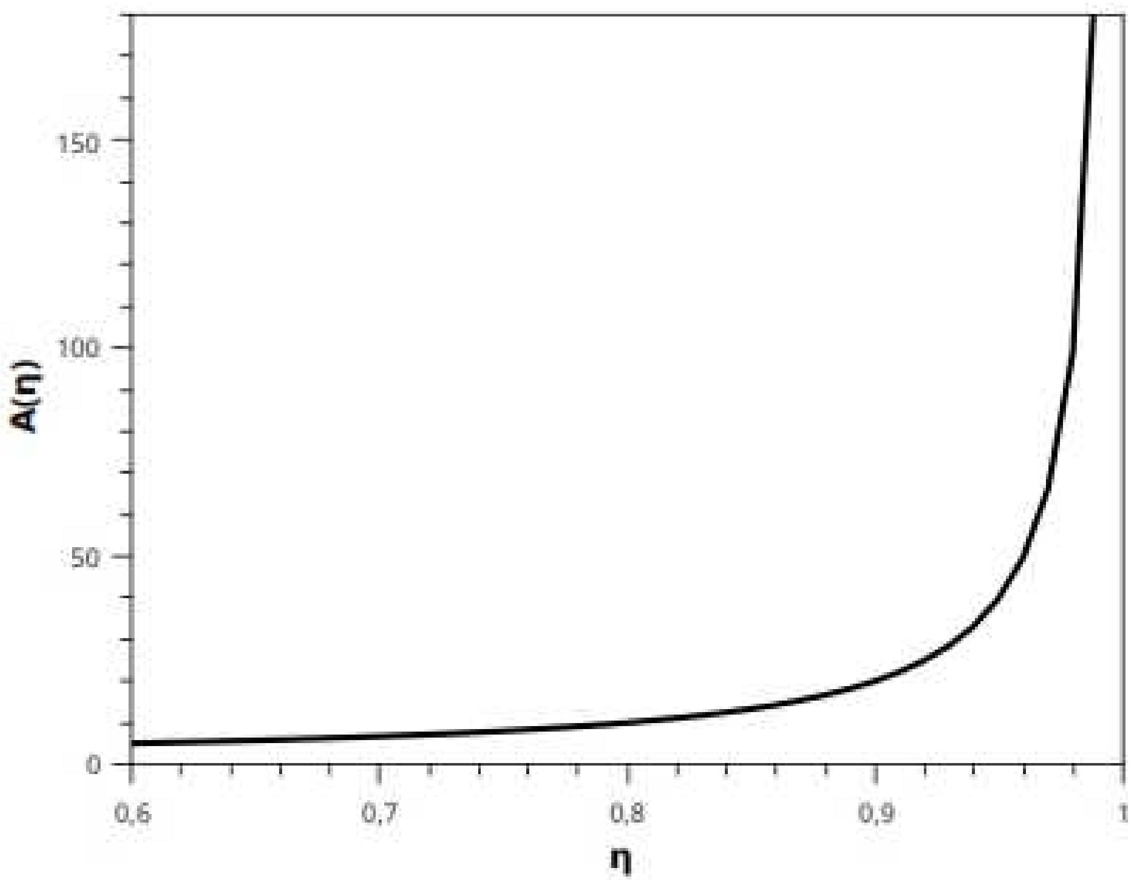
Función A, K = +1



Función B, K = +1



Función A, K = -1



Función B, K = -1